

**I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)**

**Câu 1 (2,0 điểm).** Cho hàm số  $y = \frac{x-1}{1-2x}$  (1)

a) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (1).

b) Chứng minh đường thẳng (d):  $x - y + m = 0$  luôn cắt đồ thị hàm số (1) tại 2 điểm phân biệt A, B với mọi m. Tìm m sao cho  $AB = |\overline{OA} + \overline{OB}|$ , với O là gốc tọa độ.

**Câu 2 (1,0 điểm).** Giải phương trình:  $2\sin x \cos^2 \frac{x}{2} + \sin x \cos 2x = \cos 2x + \sqrt{2} \cos \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Câu 3 (1,0 điểm).** Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 10x - xy - y = 2 \\ 30x^2 - xy^2 - 2xy - x - y = 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

**Câu 4 (1,0 điểm).** Tìm tất cả các giá trị m để phương trình sau có nghiệm:  $2x + 1 = m\sqrt{x^2 + 1}$ .

**Câu 5 (1,0 điểm).** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy ABC là tam giác cân tại C,  $AB = AA' = a$ . Góc tạo bởi đường thẳng  $BC'$  với mặt phẳng  $(ABB'A')$  bằng  $60^\circ$ . Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của  $BB'$ ,  $CC'$  và BC. Tính thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và NP theo a.

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho ba số thực dương a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{24}{13a + 12\sqrt{ab} + 16\sqrt{bc}} - \frac{3}{\sqrt{a+b+c}}.$$

**II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (phần A hoặc phần B)****A. Theo chương trình Chuẩn**

**Câu 7.a (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có tọa độ trực tâm  $H(3; -2)$ , trung điểm của đoạn AB là  $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$  và phương trình cạnh BC là:  $x - 3y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác ABC.

**Câu 8.a (1,0 điểm).** Một hộp chứa 11 bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng các số trên 6 bi được rút ra với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là số lẻ.

**Câu 9.a (1,0 điểm).** Giải phương trình:  $4^{x^2-4} + (x^2-4) \cdot 2^{x-2} = 1$ .

**B. Theo chương trình Nâng cao**

**Câu 7.b (1,0 điểm).** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC có trực tâm  $H(1; 0)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp  $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$  và chân đường cao kẻ từ đỉnh A là  $K(0; 2)$ . Tìm tọa độ A, B, C.

**Câu 8.b (1,0 điểm).** Cho khai triển:  $(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{14}x^{14}$ .

Tìm giá trị của  $a_6$ .

**Câu 9.b (1,0 điểm).** Tìm giới hạn:  $I = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - \cos 2x}{x^2}$ .

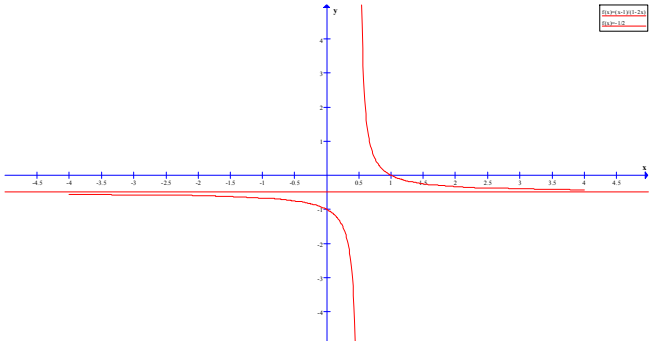
-----Hết-----

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm!**

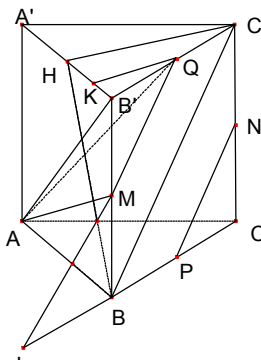
**I. LƯU Ý CHUNG:**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với **Câu 5** nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

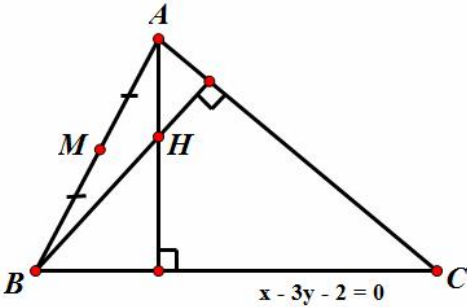
**II. ĐÁP ÁN:**

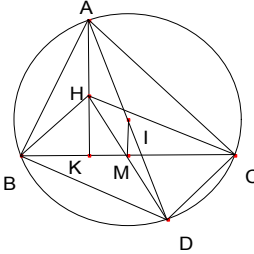
Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm																
1	a	Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{1-2x}$ , (1)	1,0																
		<p>+ Tập xác định: <math>D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}</math></p> <p>Giới hạn và tiệm cận : <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{1-2x} = -\frac{1}{2}</math>; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{1-2x} = -\frac{1}{2}</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> đường thẳng <math>y = -\frac{1}{2}</math> là tiệm cận ngang.</p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^-} \frac{x-1}{1-2x} = -\infty</math>; <math>\lim_{x \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^+} \frac{x-1}{1-2x} = +\infty</math></p> <p><math>\Rightarrow</math> đường thẳng <math>x = \frac{1}{2}</math> là tiệm cận đứng</p>	0.25																
		<p>+ sự biến thiên: <math>y' = \frac{-1}{(1-2x)^2} &lt; 0, \forall x \in D</math></p> <p>Hàm số nghịch biến trên <math>\left(-\infty; \frac{1}{2}\right); \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)</math>. Hàm số không có cực trị.</p>	0.25																
		<p>+Bảng biến thiên</p> <table border="1"> <tr> <td>X</td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\frac{1}{2}</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td><math>y'</math></td><td>-</td><td>  </td><td>-</td></tr> <tr> <td>Y</td><td><math>-\frac{1}{2}</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td><math>-\frac{1}{2}</math></td></tr> </table>	X	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$y'$	-		-	Y	$-\frac{1}{2}$	$-\infty$	$+\infty$				$-\frac{1}{2}$	0.25
X	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$																
$y'$	-		-																
Y	$-\frac{1}{2}$	$-\infty$	$+\infty$																
			$-\frac{1}{2}$																
		<p>+ đồ thị :</p> 	0.25																

		Nhận xét : Đồ thị nhận điểm $I\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ làm tâm đối xứng.	
	<b>b</b>	Chứng minh đường thẳng (d): $x - y + m = 0$ luôn cắt đồ thị hàm số (1) tại 2 điểm phân biệt $A, B$ với mọi $m$ . Tìm $m$ sao cho $AB =  \overline{OA} + \overline{OB} $ với $O$ là gốc tọa độ.	<b>1.0</b>
		Phương trình hoành độ giao điểm : $x + m = \frac{x-1}{1-2x} \Leftrightarrow f(x) = 2x^2 + 2mx - m - 1 = 0(*)$	0.25
		Có $\Delta' = m^2 + 2m + 2 > 0, \forall m, f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2} \neq 0$ , nên (*) có 2 nghiệm phân biệt khác $\frac{1}{2}$ suy ra (d) luôn cắt (1) tại 2 điểm phân biệt $A, B$ với mọi $m$ .	0.25
		Ta có $A(x_1; x_1 + m), B(x_2; x_2 + m)$ với $x_1, x_2$ là 2 nghiệm của (*). Theo vi-et $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m \\ x_1 x_2 = \frac{-m-1}{2} \end{cases}$ Gọi $M$ là trung điểm của $AB$ $AB =  \overline{OA} + \overline{OB}  \Leftrightarrow AB = 2OM \Leftrightarrow$ tam giác $OAB$ vuông tại $O$	0.25
		$\Leftrightarrow \overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + m)(x_2 + m) = 0$ $\Leftrightarrow 2x_1 x_2 + m(x_1 + x_2) + m^2 = 0 \Leftrightarrow -m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = -1$ Kết luận : $m = -1$ .	0.25
<b>2</b>		Giải phương trình: $2 \sin x \cos^2 \frac{x}{2} + \sin x \cos 2x = \cos 2x + \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$	<b>1.0</b>
		$PT \Leftrightarrow \sin x(1 + \cos x) + \sin x \cos 2x = \cos 2x + \sin x + \cos x$	0.25
		$\Leftrightarrow \cos 2x(\sin x - 1) + \cos x(\sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(\cos 2x + \cos x) = 0$	0.25
		$+ \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$	0.25
		$+ \cos 2x = -\cos x = \cos(\pi - x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \pi - x + k2\pi \\ 2x = x - \pi + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = -\pi + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ và $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$	0.25
<b>3</b>		Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 10x - xy - y = 2 \\ 30x^2 - xy^2 - 2xy - x - y = 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$	<b>1,0</b>
		Nhận thấy $x = 0$ không là nghiệm của hệ.	
		Hệ $\Leftrightarrow \begin{cases} y + \frac{y}{x} + \frac{2}{x} = 10 \\ \frac{y^2}{x} + \frac{2y}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{y}{x^2} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (y+1) + \frac{1}{x}(y+1) + \frac{1}{x} = 11 \\ \frac{1}{x}(y+1)^2 + \frac{1}{x^2}(y+1) = 30 \end{cases}         $	0.25
		Đặt $\begin{cases} a = \frac{1}{x} \\ b = y+1 \end{cases}$ khi đó hệ trở thành $\begin{cases} a + ab + b = 11 \\ ab(a+b) = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=6 \\ ab=5 \\ a+b=5 \\ ab=6 \end{cases}         $	0.25

	$\underline{TH1.} \begin{cases} a+b=6 \\ ab=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1; b=5 \\ a=5; b=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1; y=4 \\ x=\frac{1}{5}; y=0 \end{cases}$	0.25												
	$\underline{TH2.} \begin{cases} a+b=5 \\ ab=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2; b=3 \\ a=3; b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{2}; y=2 \\ x=\frac{1}{3}; y=1 \end{cases}$ <p>Vậy hệ có 4 nghiệm: <math>(1;4);(\frac{1}{5};0);(\frac{1}{2};2);(\frac{1}{3};1)</math>.</p>	0.25												
4	Tìm tất cả các giá trị thực $m$ để phương trình sau có nghiệm thực $2x+1=m\sqrt{x^2+1}$	1,0												
	Ta có : $PT \Leftrightarrow \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}=m$	0.25												
	Xét hàm số $f(x)=\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+1}}$ trên R. Có $f'(x)=\frac{2-x}{\sqrt{(x^2+1)^3}} \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$ .	0.25												
	<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>2</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td><math>+</math></td><td><math>0</math></td><td><math>-</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>-2</math></td><td><math>\sqrt{5}</math></td><td><math>2</math></td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$f(x)$	$-2$	$\sqrt{5}$	$2$	0.25
$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$											
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$											
$f(x)$	$-2$	$\sqrt{5}$	$2$											
	Từ BBT suy ra: Phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow m \in \left(-2; \sqrt{5}\right]$	0.25												
5	Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy $ABC$ là tam giác cân tại $C$ , $AB=AA'=a$ . Góc tạo bởi đường thẳng $BC'$ với mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng $60^0$ . Gọi $M, N, P$ lần lượt là trung điểm của $BB', CC'$ và $BC$ . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng $AM$ và $NP$ theo $a$ .	1,0												
	<div></div> <div><p>Gọi H là trung điểm <math>A'B'</math>. Ta có <math>C'H \perp A'B'</math>; <math>C'H \perp BB'</math> <math>\Rightarrow C'H \perp (ABB'A')</math> <math>\widehat{(BC';(ABB'A'))}=\widehat{C'BH}=60^0</math> <math>BH=\sqrt{BB'^2+B'H^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}</math> Tam giác <math>HBC'</math> vuông tại H nên ta có <math>C'H=BH.\tan 60^0=a\frac{\sqrt{5}}{2}.\sqrt{3}=a\frac{\sqrt{15}}{2}</math></p></div>	0.25												
	Diện tích tam giác $A'B'C'$ là $S_{\Delta A'B'C'}=\frac{1}{2}C'H.A'B'=\frac{a^2\sqrt{15}}{4} \Rightarrow V_{ABCA'B'C'}=BB'.S_{\Delta A'B'C'}=a^3\frac{\sqrt{15}}{4} \text{ (đvtt)}$	0.25												

	<p>Gọi Q là trung điểm B'C' <math>\Rightarrow NP // MQ \Rightarrow NP // (AMQ)</math> Gọi I là giao điểm MQ và BC. Khi đó B là trung điểm của PI</p> <p>Ta có : <math>d(NP; AM) = d(NP; (AMQ)) = d(P; (AMQ))</math>, <math>\frac{d(P; (AMQ))}{d(B; (AMQ))} = \frac{PI}{BI} = 2</math> .</p> <p>Gọi K là trung điểm HB' thì <math>KQ // = \frac{1}{2}C'H</math></p> <p><math>S_{AMB'} = \frac{1}{2}S_{ABB'} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow V_{B'AMQ} = \frac{1}{3}QK.S_{AMB'} = \frac{a^3\sqrt{15}}{48}</math></p>	0.25												
	<p>Mặt khác <math>ABB'A'</math> là hình vuông nên <math>AM \perp BH</math> mà <math>AM \perp C'H \Rightarrow AM \perp (BHC') \Rightarrow AM \perp BC' \Rightarrow AM \perp MQ</math> .</p> <p>Ta có: <math>B'C' = \sqrt{C'H^2 + HB'^2} = 2a \Rightarrow MQ = \sqrt{MB'^2 + B'Q^2} = a\frac{\sqrt{5}}{2}</math>; <math>AM = \frac{a\sqrt{5}}{2}</math></p> <p><math>S_{AMQ} = \frac{1}{2}AM.MQ = \frac{5}{8}a^2</math></p> <p>Nên <math>d(B; (AMQ)) = d(B'; (AMQ)) = \frac{3V_{B'AMQ}}{S_{AMQ}} = \frac{a\sqrt{15}}{10} \Rightarrow d(NP; AM) = \frac{a\sqrt{15}}{5}</math></p>	0.25												
6	<p>Cho ba số thực dương <math>a, b, c</math>. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:</p> <p><math display="block">P = \frac{24}{13a + 12\sqrt{ab} + 16\sqrt{bc}} - \frac{3}{\sqrt{a + b + c}}.</math></p>	1,0												
	<p>Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có</p> <p><math>13a + 12\sqrt{ab} + 16\sqrt{bc} = 13a + 6\sqrt{a.4b} + 8\sqrt{b.4c} \leq 13a + 6.\frac{a + 4b}{2} + 8.\frac{b + 4c}{2} = 16(a + b + c)</math></p> <p><math>\Rightarrow 13a + 12\sqrt{ab} + 16\sqrt{bc} \leq 16(a + b + c)</math>. Dấu “=” xảy ra <math>\Leftrightarrow a = 4b = 16c</math> .</p>	0.25												
	<p>Suy ra <math>P \geq \frac{3}{2(a + b + c)} - \frac{3}{\sqrt{a + b + c}}</math> .</p> <p>Đặt <math>t = a + b + c</math>, <math>t &gt; 0</math> . Khi đó ta có: <math>P \geq \frac{3}{2t} - \frac{3}{\sqrt{t}}</math></p>	0.25												
	<p>Xét hàm số <math>f(t) = \frac{3}{2t} - \frac{3}{\sqrt{t}}</math> trên khoảng <math>(0; +\infty)</math>, ta có <math>f'(t) = \frac{3}{2t\sqrt{t}} - \frac{3}{2t^2}</math> .</p> <p><math>f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2t\sqrt{t}} - \frac{3}{2t^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1</math>; <math>\lim_{x \rightarrow 0^+} f(t) = +\infty</math> ; <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(t) = 0</math></p> <p>BBT.</p> <table><tr><td><math>t</math></td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(t)</math></td><td></td><td>- 0 +</td><td></td></tr><tr><td><math>f(t)</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>-\frac{3}{2}</math></td><td>0</td></tr></table>	$t$	0	1	$+\infty$	$f'(t)$		- 0 +		$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	0	0.25
$t$	0	1	$+\infty$											
$f'(t)$		- 0 +												
$f(t)$	$+\infty$	$-\frac{3}{2}$	0											
	<p>Vậy ta có <math>P \geq -\frac{3}{2}</math>, đẳng thức xảy ra <math>\Leftrightarrow \begin{cases} a + b + c = 1 \\ a = 4b = 16c \end{cases} \Leftrightarrow a = \frac{16}{21}; b = \frac{4}{21}; c = \frac{1}{21}</math> .</p>	0.25												

		Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $-\frac{3}{2}$ khi và chỉ khi $(a, b, c) = \left(\frac{16}{21}, \frac{4}{21}, \frac{1}{21}\right)$ .	
7.a		Trong mặt phẳng với hệ tọa độ $Oxy$ cho tam giác $ABC$ có tọa độ trực tâm $H(3; -2)$ , trung điểm của đoạn $AB$ là $M\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ và phương trình cạnh $BC$ là: $x - 3y - 2 = 0$ . Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác $ABC$ .	1,0
		- Phương trình AH: $3(x - 3) + 1.(y + 2) = 0$ $\Leftrightarrow 3x + y - 7 = 0$	0.25
	- Do $A \in AH; B \in BC$ . Đặt $A(x_1; 7 - 3x_1); B(x_2; \frac{x_2 - 2}{3})$ . M là trung điểm AB $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ (7 - 3x_1) + \frac{x_2 - 2}{3} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow A(2; 1); B(-1; -1)$ .		0.25
	Đặt $C(x_3; \frac{x_3 - 2}{3})$ . Có: $\overrightarrow{AC} = \left(x_3 - 2; \frac{x_3 - 2}{3} - 1\right); \overrightarrow{BH} = (4; -1)$ Vì $BH \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$		0.25
	$\Leftrightarrow 4(x_3 - 2) - 1 \cdot \frac{x_3 - 5}{3} = 0 \Leftrightarrow x_3 = \frac{19}{11} \Rightarrow C\left(\frac{19}{11}; -\frac{1}{11}\right)$ . Vậy $A(2; 1); B(-1; -1); C\left(\frac{19}{11}; -\frac{1}{11}\right)$ .		0.25
8.a		Một hộp chứa 11 bi được đánh số từ 1 đến 11. Chọn 6 bi một cách ngẫu nhiên rồi cộng thứ tự 6 bi được rút ra với nhau. Tính xác suất để kết quả thu được là số lẻ.	1.0
	Gọi H là biến cố: "kết quả thu được là số lẻ". H xảy ra khi một trong các biến cố sau xảy ra: A: "1 bi mang số thứ tự lẻ và 5 bi mang số thứ tự chẵn" B: "3 bi mang số thứ tự lẻ và 3 bi mang số thứ tự chẵn" C: "5 bi mang số thứ tự lẻ và 1 bi mang số thứ tự chẵn"		0.25
	Trong 11 bi có 6 bi có số thứ tự lẻ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ , 5 bi có số thứ tự chẵn $\{2, 4, 6, 8, 10\}$		0.25
	$P(A) = \frac{C_6^1 \cdot C_5^5}{C_{11}^6} = \frac{6}{462}; P(B) = \frac{C_6^3 \cdot C_5^3}{C_{11}^6} = \frac{200}{462}; P(C) = \frac{C_6^5 \cdot C_5^1}{C_{11}^6} = \frac{30}{462};$		0.25
	A, B, C là các biến cố xung khắc nên $P(H) = P(A) + P(B) + P(C) = \frac{6}{462} + \frac{200}{462} + \frac{30}{462} = \frac{118}{231}$		0.25
9.a		Giải phương trình: $4^{x^2-4} + (x^2 - 4) \cdot 2^{x-2} = 1$ , (1)	1,0
	+ Với $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \Rightarrow x^2 - 4 > 0 \Rightarrow VT > 1$		0.25
	Suy ra phương trình (1) vô nghiệm		
	+ Với $x \in (-2; 2) \Rightarrow x^2 - 4 < 0 \Rightarrow VT < 1$ . Suy ra phương trình (1) vô nghiệm		0.25

		Với $x = -2 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow VT = 1$ . Suy ra $x = -2$ là nghiệm của phương trình	0.25
		Với $x = 2 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow VT = 1$ . Suy ra $x = 2$ là nghiệm của phương trình Vậy phương trình có hai nghiệm: $x = -2, x = 2$ .	0.25
<b>7.b</b>		Trong mặt phẳng tọa độ $Oxy$ cho tam giác $ABC$ có trực tâm $H(1; 0)$ , tâm đường tròn ngoại tiếp $I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và chân đường cao kẻ từ đỉnh A là $K(0; 2)$ . Tìm tọa độ A, B, C.	<b>1,0</b>
		<p>Gọi M là trung điểm BC          Phương trình đường cao AH : <math>2x + y - 1 = 0</math>          Phương trình đường thẳng BC : <math>x - 2y + 4 = 0</math>          PT đường trung trực IM vuông góc với BC : <math>2x + y - \frac{9}{2} = 0</math>          Tọa độ điểm M là <math>\left(1; \frac{5}{2}\right)</math></p>	0.25
		<p>Gọi D là điểm đối xứng với A qua I. Ta có <math>\begin{cases} DB \perp AB \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow DB \parallel CH</math>          Tương tự <math>DC \parallel BH</math> nên tứ giác HBDC là hình bình hành nên M là trung điểm HD.          Xét tam giác AHD có IM là đường trung bình nên <math>\overline{AH} = 2\overline{IM} \Rightarrow A(2; -2)</math></p>	0.25
		Giả sử $B(2b-4; b) \Rightarrow C(6-2b; 5-b)$ . Ta có $\overline{BH} \cdot \overline{AC} = 0$	0.25
		$\Leftrightarrow (5-2b)(4-2b) - b(7-b) = 0 \Leftrightarrow b^2 - 5b + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = 4 \end{cases}$	0.25
		Vậy $A(2; -2); B(-2; 1); C(4; 4)$ hoặc $A(2; -2); B(4; 4); C(-2; 1)$	
<b>8.b</b>		Cho khai triển: $(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{14}x^{14}$ . Tìm giá trị của $a_6$	<b>1,0</b>
		$(1+2x)^{10} (3+4x+4x^2)^2 = (1+2x)^{10} [2 + (1+2x)^2]^2$	0.25
		$= 4(1+2x)^{10} + 4(1+2x)^{12} + (1+2x)^{14}$	0.25
		Hệ số của $x^6$ trong khai triển $4(1+2x)^{10}$ là: $4 \cdot 2^6 C_{10}^6$	0.25
		Hệ số của $x^6$ trong khai triển $4(1+2x)^{12}$ là: $4 \cdot 2^6 C_{12}^6$	
		Hệ số của $x^6$ trong khai triển $(1+2x)^{14}$ là: $2^6 C_{14}^6$	0.25
		Vậy $a_6 = 4 \cdot 2^6 C_{10}^6 + 4 \cdot 2^6 C_{12}^6 + 2^6 C_{14}^6 = 482496$	
<b>9.b</b>		Tìm giới hạn: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - \cos 2x}{x^2}$ .	<b>1,0</b>
		$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - \cos 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{x^2} + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$	0.25
		$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1} - 1}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x^2+1} + 1} = \frac{1}{2}$	0.25
		$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x^2} = 2$	0.25

		Vậy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - \cos 2x}{x^2} = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$	0.25
--	--	---	------

----- **Hết** -----

Cảm ơn thầy Nguyễn Duy Liên( [lentoancvp@vinhphuc.edu.vn](mailto:lentoancvp@vinhphuc.edu.vn)) đã gửi tới [www.laisac.page.tl](http://www.laisac.page.tl)